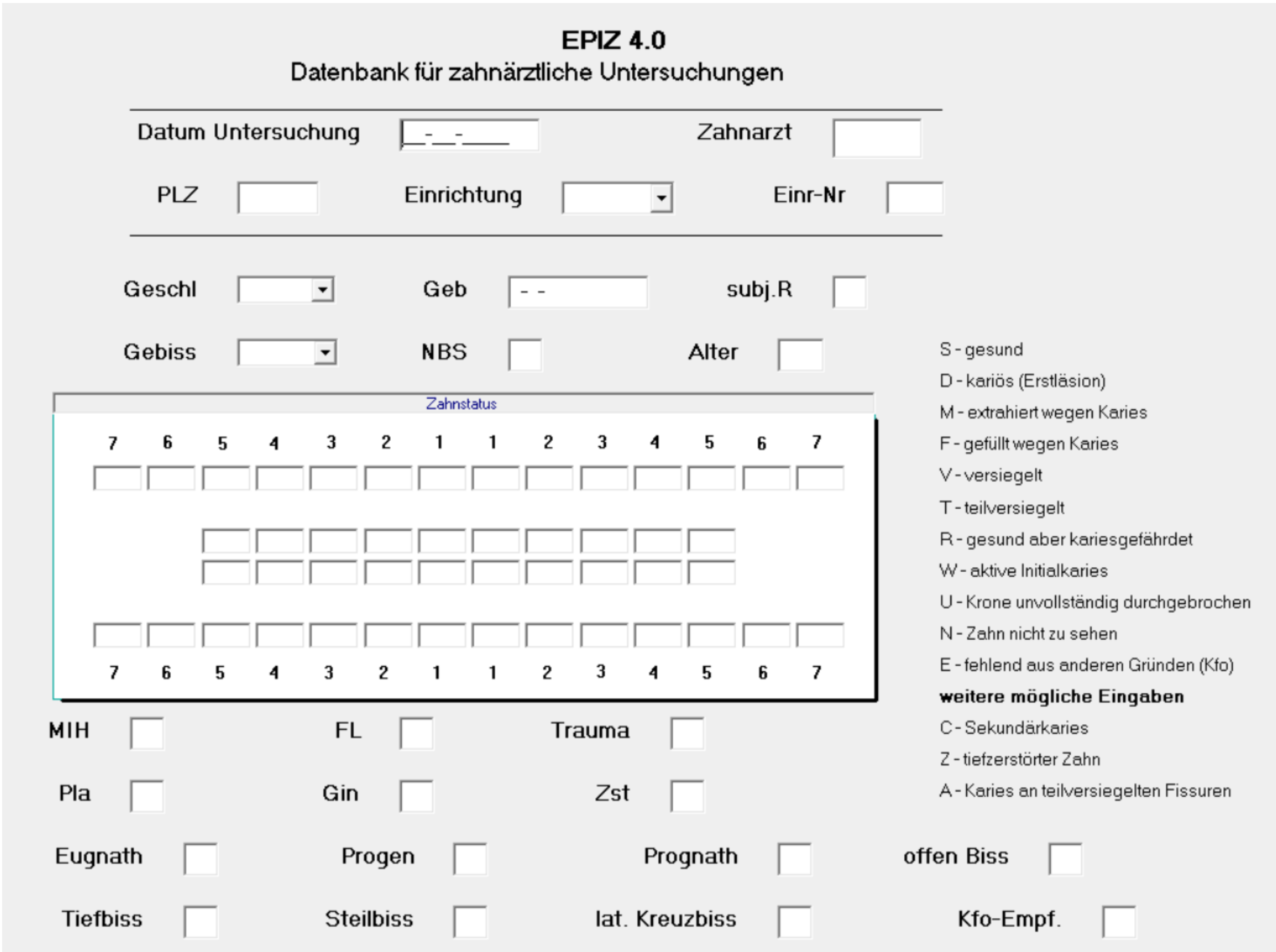
Ziel vieler Studien ist nicht nur die Beschreibung der einzelnen Merkmale. Man möchte auch Zusammenhänge zwischen Merkmalen untersuchen, die evtl. schon vermutet wurden oder gar bekannt sind. Im Fall quantitativer Merkmale ist damit unter bestimmten Voraussetzungen eine Vorhersage des einen Merkmals durch Kenntnis der anderen Merkmale möglich.

Bivariate Zusammenhangsmaße

Geben Auskunft über die Stärke der Abhängigkeit zwischen zwei simultan beobachteten Merkmalen (Beobachtungsstudien)

Beispiele:	Körpergröße	- Körpergewicht
	Rauchen	- Lungenkrebs
	Motorleistung	- PKW-Preis
	Zahnkaries	- Sozialstatus
	Motivation	- Erfolg
	Geschlecht	- Studienfach

Simultane Erfassung - Merkmale und deren Merkmalsausprägungen



EPIZ 4.0

Datenbank für zahnärztliche Untersuchungen

Datum Untersuchung __-__-____ Zahnarzt

PLZ Einrichtung Einr-Nr

Geschl Geb - - subj.R

Gebiss NBS Alter

Zahnstatus

7 6 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5 6 7

7 6 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5 6 7

MIH FL Trauma

Pla Gin Zst

Eugnath Progen Prognath offen Biss

Tiefbiss Steilbiss lat. Kreuzbiss Kfo-Empf.

S - gesund
D - kariös (Erstläsion)
M - extrahiert wegen Karies
F - gefüllt wegen Karies
V - versiegelt
T - teilversiegelt
R - gesund aber kariesgefährdet
W - aktive Initialkaries
U - Krone unvollständig durchgebrochen
N - Zahn nicht zu sehen
E - fehlend aus anderen Gründen (Kfo)

weitere mögliche Eingaben

C - Sekundärkaries
Z - tiefzerstörter Zahn
A - Karies an teilversiegelten Fissuren

Datenbank hinter der Eingabemaske

Merkmalsausprägungen => Skalenniveau (metrisch, ordinal, nominal)

Lfd_Nr	Kita_Nr	Geschl	Alter	NBS	Zpfl	Sub_Risi	Kfo	dmf
1	12	m	5,2	0	1	0	j	0
2	12	m	4,1	0	1	0	j	0
3	12	w	5,9	0	2	1	n	1
4	12	m	5,4	1	3	1	n	6
5	12	w	4,3	0	2	0	n	0
6	12	w	3,4	0	1	0	n	0
7	12	m	3,8	0	1	0	n	1
8	12	w	4,5	1	3	1	n	7
9	12	m	4,1	0	1	0	j	0
10	12	w	5,6	0	2	1	n	1

Gibt es Zusammenhänge zwischen zwei Variablen ?

Wenn ja: **Wie stark ist der Zusammenhang ?**
Wie kann man ihn quantifizieren ?

Bezeichnungen: Zpfl = Zahnpflege(1,2,3) ; Sub_Risi = subjektives Kariesrisiko (0.1)

Korrelationskoeffizienten nach Skalenniveau

Y \ X	nominal	ordinal	metrisch
nominal	Cramers V Kontingenzkoeffizient C_{korr} Phi - koeffizient Φ	⇐	⇐
ordinal	⇑	Rangkorrelat. Spearman Kendalls TauB	⇐
metrisch	⇑	⇑	Korrelation Pearson

Wertebereiche: **[0 ; 1]** **[-1 ; 1]** **[-1 ; 1]**

Wichtig sind Zahl und Art der Merkmalsausprägungen.

Anmerkung: Es gibt noch weitere Maße zur Beschreibung eines bivariaten Zusammenhangs.

Zahl der Merkmalsausprägungen

2 x 2 Tafel

n_{11}	n_{12}
n_{21}	n_{22}

3 x 3 Tafel

n_{11}	n_{12}	n_{13}
n_{21}	n_{22}	n_{23}
n_{31}	n_{32}	n_{33}

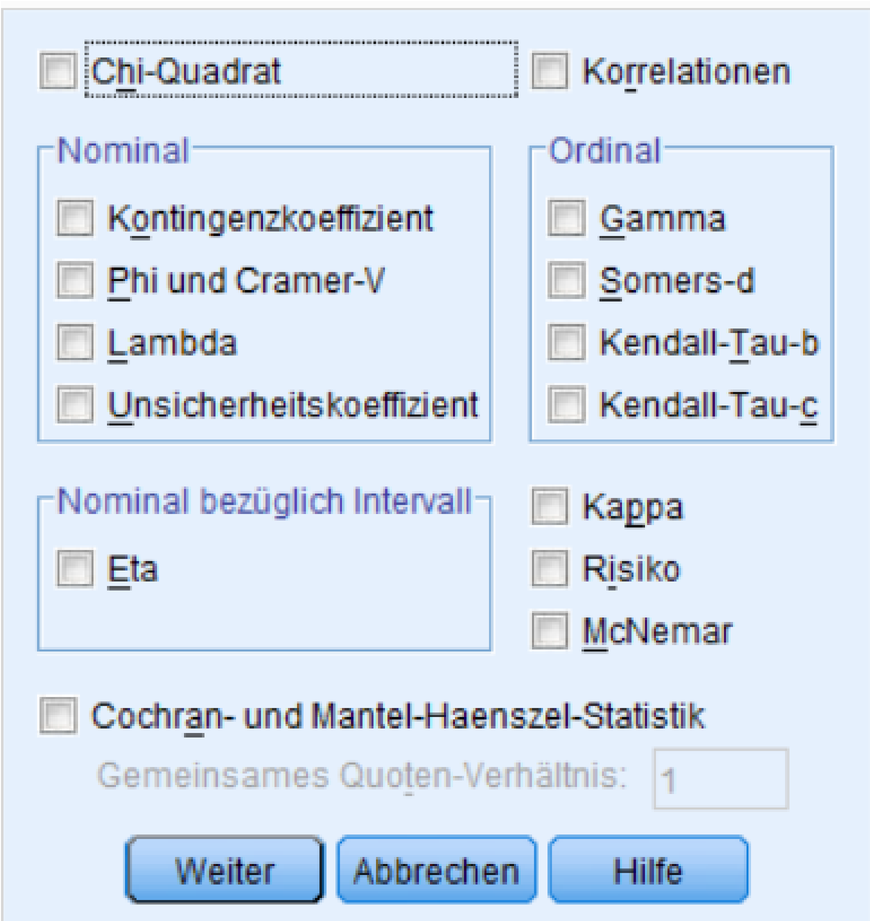
2 x c Tafel

n_{11}	n_{12}	n_{13}	....	n_{1c}
n_{21}	n_{22}	n_{23}	....	n_{2c}

r x c Tafel

n_{11}	n_{12}	n_{13}	....	n_{1c}
n_{21}	n_{22}	n_{23}	....	n_{2c}
n_{31}	n_{32}	n_{33}	....	n_{3c}
....	....	....	....	....
n_{r1}	n_{r2}	n_{r3}	....	n_{rc}

Beispiel: Zusammenhangsmaße in SPSS und BiAS



Vierfelder-Tafeln
χ^2-Vierfelder-Test
χ^2-Test nach 2×2-Klassifikation
χ^2-Äquivalenztest für θ_1 und θ_2
Woolf's G-Test (Log-Likelihood)
Fisher's exakter Test
McNemar-Test, χ^2 und binomial
Cohen's Kappa und Fleiss' Kappa
Pearson's CC- und φ-Koeffizient
Vergleich von mehreren Vierfeldertafeln
Mantel-Haenszel-Test, auch stratifiziert
DerSimonian-Laird-Test
Breslow-Day-Test
Mood's Median-Test
Diagnostische Tests, mit Vergleichen
Gart's dichotome Cross-Over-Analyse

SPSS auch für aggregierte Daten

BiAS für Einzel- und aggregierte Daten

Beginnen mit: Nominalskalierte Variable - Vierfeldertafel

Zusammenhangsmaße, wie Cramers V oder der Kontingenzkoeffizient, basieren auf der quadratischen Kontingenz Chi². Sie arbeiten nach folgendem Schema:
Sind die **beobachteten** Häufigkeiten etwa so groß, wie die **erwarteten** Häufigkeiten bei Unabhängigkeit, so spricht das für Unabhängigkeit der Variablen (kein Zusammenhang).
Ist die Differenz größer, spricht das für einen Zusammenhang. Eine Entscheidung liefert Chi².

$$\chi^2 = \sum \frac{(B-E)^2}{E}$$

Beispiel **Vierfeldertafel**

		Krankheit		
		1	0	
Exposition	1	a	b	a+b
	0	c	d	c+d
		a+c	b+d	n

beobachtete Häufigkeit B	erwartete Häufigkeit bei Unabhängigkeit (E)
a	a_E = (a+b)·(a+c) / n
b	(a+b)·(b+d) / n
c	(a+c)·(c+d) / n
d	(b+d)·(c+d) / n

Einsetzen in die Chi² - Gleichung liefert ----------->

Beispiel für die Berechnung des ersten Feldes bei Unabhängigkeit:
W(K) = WSK krank zu sein, W(E) = WSK exponiert zu sein. **„WSK · n = Häufigkeit“**
W(K) = (a+c) / n ; W(E) = (a+b) / n ; W(K) **und** W(E) = (a+c)·(a+b) / n² ; a_E = (a+c)·(a+b) / n

Nominalskalierte Variable - Vierfeldertafel

Die vier Summanden von Chi² lauten nach Einsetzen von B und E:

$$\chi^2 = \frac{(ad-bc)^2}{n\cdot(a+b)\cdot(a+c)} + \frac{(ad-bc)^2}{n\cdot(a+b)\cdot(b+d)} + \frac{(ad-bc)^2}{n\cdot(a+c)\cdot(c+d)} + \frac{(ad-bc)^2}{n\cdot(b+d)\cdot(c+d)}$$

Nach Hauptnenner und Umformen erhält man:

$$\boxed{\chi^2 = \frac{n\cdot(ad-bc)^2}{(a+b)\cdot(a+c)\cdot(b+d)\cdot(c+d)}}$$

		Krankheit		
		1	0	
Exposition	1	a	b	a+b
	0	c	d	c+d
		a+c	b+d	n

kein Zusammenhang: $\chi^2 = 0$ ---> a·d = b·c oder a/b = c/d gleiche Anteile von Kranken bei Exponierten und nicht exponierten. Exposition irrelevant.

max. Zusammenhang: $\chi^2 = n$ ---> bei b = 0 und c = 0 maximale Wirkung der Exposition. Exponierte: keine Gesunden, nicht Exponierte: keine Kranken.

Allgemein: $0 \le X^2 \le n\cdot(i-1)$ mit i = min (Zeilen (r), Spalten (c))
Chi² kann auch für rxc Tafeln berechnet werden.

Nominalskalierte Variable - Vierfeldertafel

Beispiel: Gibt es in einer Studie einen Zusammenhang zwischen Zahnkaries und Geschlecht (w / m) ?

$$\chi^2 = \frac{n\cdot(ad-bc)^2}{(a+b)\cdot(a+c)\cdot(b+d)\cdot(c+d)}$$

Geschlecht \ *Karies*	1	0	
w	27	14	41
m	26	12	38
	53	26	79

$$\chi^2 = \frac{79\cdot(27\cdot12-14\cdot26)^2}{41\cdot53\cdot26\cdot38} =$$

0,059 < 3,841 krit. Wert bei 1 DF (Degree of Freedom)

Chi²- Unabhängigkeitstest , DF = (r-1)·(c-1)

gibt als Antwort NEIN (p = 0,808)

OpenEpi - Übung

Chi Square and Exact Measures of Association

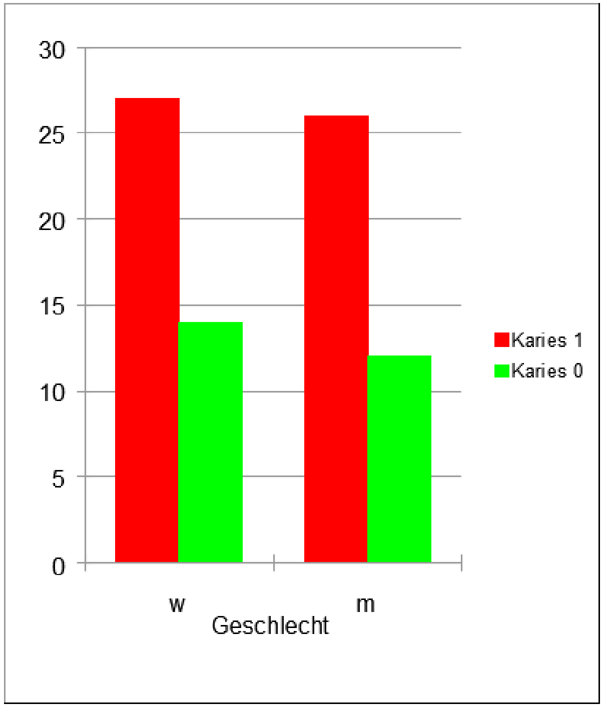
Test	Value	p-value(1-tail)	p-value(2-tail)
Uncorrected chi square	0.05887	0.4041	0.8083
Yates corrected chi square	0.000009199	0.4988	0.9976
Mantel-Haenszel chi square	0.05813	0.4047	0.8095
Fisher exact		0.4992(P)	0.9984

Nominalskalierte Variable - Vierfeldertafel

X = Geschlecht {w, m} oder {1, 2}

Y = Karies {ja, nein} oder {1, 0}

Gemeinsame Verteilung von X und Y in der Vierfeldertafel



Gruppiertes Säulendiagramm
Die grafische Darstellung vermittelt einen ersten Eindruck, ob sich die Proportionen bei beiden Geschlechtern deutlich unterscheiden.
Hier ist das nicht so. **Daher:** Karies ist hier unabh. vom Geschlecht.

Yates (Stetigkeits-)Korrektur für kleine Stipro

$$\chi_Y^2 = \frac{n \cdot \left(|ad - bc| - \frac{n}{2} \right)^2}{(a+b)\cdot(a+c)\cdot(b+d)\cdot(c+d)}$$

$$\chi_Y^2 = \frac{79 \cdot (|27 \cdot 12 - 14 \cdot 26| - 39{,}5)^2}{41 \cdot 53 \cdot 26 \cdot 38} = 0{,}000009$$

p = 0,9976 siehe OpenEpi auf Folie 9

Geschlecht	*Karies* 1	*Karies* 0	
w	27	14	41
m	26	12	38
	53	26	79

Ist der Wert von Chi² als quantitatives Maß für die Stärke eines Zusammenhangs geeignet ?

		Karies		
		1	0	
Geschlecht	w	27	14	41
	m	26	12	38
		53	26	

n = 79

Chi² = 0,059

p = 0,808

Cramers V = 0,0273

Pearson C_{korr} = 0,0386

		Karies		
		1	0	
Geschlecht	w	270	140	410
	m	260	120	380
		530	260	

n = 790

Chi² = 0,589

p = 0,443

Cramers V = 0,0273

Pearson C_{korr} = 0,0386

		Karies		
		1	0	
Geschlecht	w	2700	1400	4100
	m	2600	1200	3800
		5300	2600	

n = 7900

Chi² = 5,887

p = 0,015

Cramers V = 0,0273

Pearson C_{korr} = 0,0386

Versuchen Sie, die Berechnungen mit der Excel-Tab. CramerV_PearsCorr.xls nachzuvollziehen.

Chi² verändert sich mit der Fallzahl und ist daher als quantitatives Maß für die Stärke eines Zusammenhangs nicht geeignet. Besser geeignet sind z.B. Cramers V oder der korrigierte Kontingenzkoeffizient Pearson C_{korr} , die nicht von der Fallzahl abhängen.

Quantitatives Maß für die Stärke - Cramers V

Stärke eines Zusammenhangs: Cramers V

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot (i-1)}}$$

i = min(Zeilen, Spalten)

Interpretation für V

0 bis 0,2 kein Z. oder schwach

0,2 bis 0,8 mittelstarker Zusammenh.

0,8 bis 1,0 starker Zusammenhang

$$V_{2x2} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

V = 0,027 (- 0,193 ; 0,248)

$0 \leq X^2 \leq n$ teilen: $0 \leq \mathbf{(X^2 / n)} \leq 1$

Kein Zusammenhang zwischen Karies und Geschlecht, Null liegt im Konfidenzintervall

Konfidenzintervalle für V und C_{korr} nicht in SPSS

siehe mitgelieferte Datei **CramerV_PearsCorr.xls**

Geschlecht	*Karies* 1	0	
w	27	14	41
m	26	12	38
	53	26	79

Quantitatives Maß für die Stärke - Kontingenzkoeffizient nach Pearson C_{korr}

$$C_{korr} = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \cdot \sqrt{\frac{i}{i-1}}$$

i = min(Zeilen, Spalten)

$$C_{korr} = \sqrt{\frac{0{,}059}{0{,}059 + 79}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1}}$$

C_{korr} = 0,039 (- 0,273 ; 0,350)

Kein Zusammenhang, Null liegt im Konfidenzintervall

Geschlecht	Karies 1	Karies 0	
w	27	14	41
m	26	12	38
	53	26	79

SPSS Synax

```
CROSSTABS
  /TABLES=geschl BY karies
  /FORMAT=AVALUE TABLES
  /STATISTICS=CC PHI
  /CELLS=COUNT
  /COUNT ROUND CELL.
```

SPSS liefert hierfür keine Konfidenzintervalle und keine Korrektur für den Kontingenzkoeffizienten

siehe mitgelieferte Datei CramerV_PearsCorr.xls

			Wert	Näherungsweise Signifikanz
Nominal- bzgl. Nominalmaß		Phi	,027	,808
		Cramer-V	,027	,808
	0,039	Kontingenzkoeffizient	,027	,808
Anzahl der gültigen Fälle			79	

Excel - Tabelle: CramerV_PearsCorr.xls

V = 0,027 (- 0,193 ; 0,248) **C_{korr} = 0,039 (- 0,273 ; 0,350)**

Berechnung der Konfidenzintervalle für Cramers V							
und Pearsons C_{korr} in 2x2 Tafeln der Form							
					a	b	a+b
Chi² =	0,05887				c	d	c+d
					a+c	b+d	n
Einfügen der Werte bei a bis d							
a	b	c	d				
27	**14**	**26**	**12**				
Cramers V =		0,02730		**K.I. =**	-0,19294	0,24753	
Pearson C_{korr} =		0,03859		**K.I. =**	-0,27252	0,34970	

Formeln z.B. in:J. Hartung, Statistik, 11.Aufl., S. 452, Oldenbourg Verlag 1998

Weitere Zusammenhangsmaße für 2x2 Tafeln:

Φ - koeffizient $\Phi = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$ für 2x2 - Tafeln identisch mit Cramers V

näherungsweises Konfidenzintervall $\Phi \mp \frac{1{,}96}{\sqrt{n}}$

Q - Koeffizient von Yule $Q = \frac{ad - bc}{ad + bc}$

Konfidenzintervall $Q \mp \frac{1{,}96}{2} \cdot \left(1 - Q^2\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)}$

Weiteres Beispiel: Zpfl (1=gut, 0=schlecht) - Karies (1=ja, 0=nein)

Molina-Frechero et al. Gac Med Mex. 2015;151:455-459

Zahnpflege \ Karies	1	0	
1	1	23	24
0	56	2	58
	57	25	82

$\chi^2 = 68{,}37 > 3{,}841$ ***OpenEpi***

DF = 1 , p < 0,0001

Ergebnisse in Excel-Tabelle sind Schätzungen, obere Grenze des C.I. ist 1,000

Cramers V

$$V_{2x2} = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

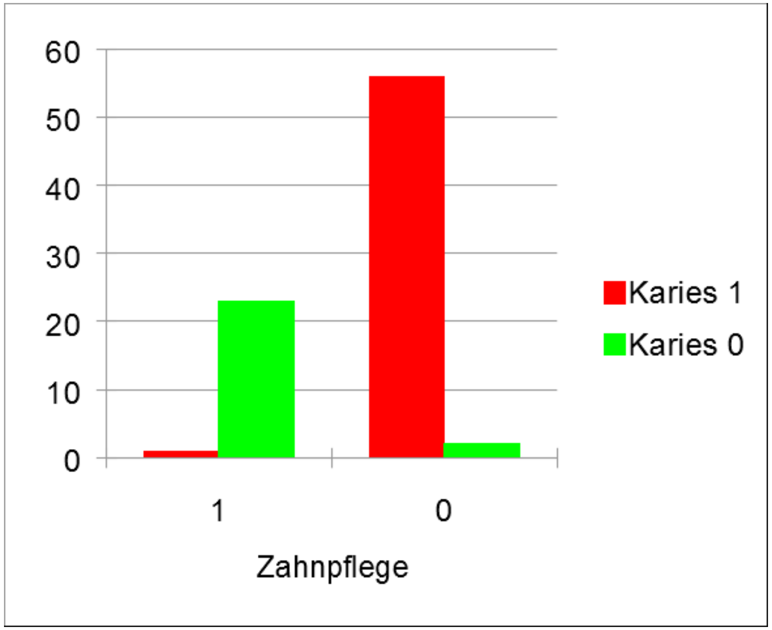
V = 0,913 (0,817 ; 1,009)

Kontingenzkoeffizient nach Pearson C_{korr}

$$C_{korr} = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \cdot \sqrt{\frac{i}{i-1}}$$

C_{korr} = 0,954 (0,899 ; 1,008)

Starker Zusammenhang !



Gruppiertes Säulendiagramm

Vierfeldertafel bei verbundenen Stichproben - der McNemar - Test

		First		
	Karies	1	0	
Second	1	20	5	25
	0	14	23	37
		34	28	62

Quelle: J.S.Kim, R.J. Dailey:Biostatistics for Oral Healthcare.Blackwell Munksgaard 2008

Andere Fragestellung bei einem Merkmal:

Ein Zahnarzt beurteilt zweimal im zeitlichen Abstand 62 Röntgenbilder von Zähnen in zufälliger Reihenfolge ohne Kenntnis, dass es sich um die gleichen Bilder handelt. Die beiden dichotomen Variablen Karies (ja, nein) für die erste und die zweite Beurteilung sind verbunden. Gibt es deutliche Unterschiede in den Beurteilungen? Entscheidung liefert hier der McNemar - Test.

		First		
		1	0	
Second	1	a	b	a+b
	0	c	d	c+d
		a+c	b+d	n

Bei der ersten Beurteilung werden 34 von 62 (55%) Zähnen als kariös klassifiziert, bei der zweiten Beurteilung nur 25 von 62 (40%). Ist dieser Unterschied signifikant ? Unter H_0 (Nullhypothese: es besteht kein Unterschied) ist (a+b)/n = (a+c)/n , d.h., b = c

$$\chi^2_{\mathrm{McN}} = \frac{(b-c)^2}{b+c}$$

für (b + c) < 30 mit Kontinuitätskorrektur

$$\chi^2_{\mathrm{McN}} = \frac{(|b-c|-1)^2}{b+c}$$

Vierfeldertafel bei verbundenen Stichproben - der McNemar - Test

Second / Karies	First: 1	First: 0	
1	20	5	25
0	14	23	37
	34	28	62

Quelle: J.S.Kim, R.J. Dailey:
Biostatistics for Oral Healthcare. Example 10.6.1
Blackwell Munksgaard 2008

Ein Zahnarzt beurteilt im zeitlichen Abstand 62 Röntgenbilder von Zähnen in zufälliger Reihenfolge ohne Kenntnis, dass es sich um die gleichen Bilder handelt. Die beiden dichotomen Variablen Karies (ja, nein) für die erste und die zweite Beurteilung sind verbunden. Deshalb hier McNemar - Test.

Daumenregel b + c > 10

OpenEpi - Matched Case Control

$$\chi^2_{\mathrm{McN}} = \frac{\left(|b-c|-1\right)^2}{b+c} = \frac{64}{19} = 3{,}3684 < 3{,}841 \quad \chi^2_{(1,0.95)}$$

P = 0,0665 knapp !

DF = r·(r-1) / 2

Bei Verwendung des üblichen Chi²-Tests wäre Chi² = 10,71 > 3,841 ; p = 0,001 also wäre ein signifikanter Unterschied zu sehen..

Ergebnis: Es besteht wenig Evidenz für einen signifikanter Unterschied in den Beurteilungen der Röntgenbilder zu den zwei Zeitpunkten (aber: geringe Fallzahl).

Verbundene Stichproben - der Bowker - Test für r x r - Tafeln (fakultativ)

Jablonski-Momeni A. et al. (2016). PLAQUE N CARE 10, 3, 114-120.

VC-Proxi \ Röntgenbild	keine Karies	Schmelzkaries	Dentinkaries	
keine Karies	99	15	3	117
Schmelzkaries	31	44	9	84
Dentinkaries	1	4	27	32
	131	63	39	233

$$\chi_B^2 = \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^{r} \frac{\left(n_{ij} - n_{ji}\right)^2}{n_{ij} + n_{ji}}$$

DF = r·(r-1) / 2

```
Extended McNemar test (Bowker's symmetry test):
  Pearson's chi-square  = 8.49*(DF=3) P = 0.037

Fleiss-Everitt test for ordered categories:
    chi-sq = 0.65
  For "a priori" hypothesis (DF = 1): P = 0.419
  Otherwise (DF = 2):                 P = 0.721
```

233 Zahnflächen wurden im Röntgenbild und mit einer neuen intraoralen Kamera VC-Proxi zur Feststellung des Merkmals Karies begutachtet. Es gab jeweils 3 Merkmals-ausprägungen: keine Karies, Schmelzkaries u. Dentinkaries.

Frage: Liefert die Kamera vergleichbare Ergebnisse und kann in manchen Fällen auf ein Röntgenbild verzichtet werden? Kamera statt Röntgen ?

Bowker nur für Nominaldaten! Daten sind aber nicht nominal sondern ordinal. Daher hier Fleiss-Everitt-Test für 3x3 - Tafel. Nicht zum Nachrechnen mit Taschenrechner geeignet.

Ergebnis: Es besteht kein signifikanter Unterschied in den Beurteilungen der Zahnflächen zwischen VC-Proxi und Röntgenbild.

2 x c - Tafel

Fall 1. Nominale Kategorien, beide Variable nominal
Beispiele: Geschlecht (m, w) -------- Autofarbe (weiß, grau, grün, gelb)
Statistik-Klausur (+, -) ---- Fach (Med, Psychol, VWL)

Fall 2. Eine ordinale Kategorie, nominal -- ordinal
Beispiele: Geschlecht (m, w) -------- Zpfl (1, 2, 3)
Karies (ja, nein) -------- Alter (3, 4, 5)

Fragen nach Zusammenhängen dieser Art von Variablen sind nicht selten.

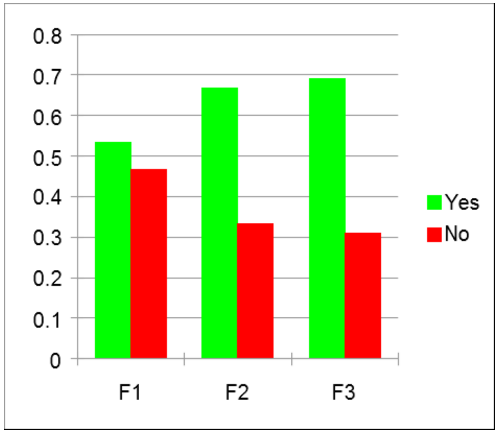
1. Nominale Kategorien

Beispiel: Statistik-Klausur

		Studienfach			
		F1	F2	F3	
Klausur	+	160	120	145	425
	-	140	60	65	265
		300	180	210	690

WinPepi - Compare / BiAS

Chi² = 15,544 P = 0,0004
Cramers V = 0,15
Pearson C_{korr} = 0,21
Schwacher, signifikanter Zusammenhang



ohne Adjustierung für Mehrfachvergleiche:
F2 - F3: Chi² = 0,155 P = 0,694 Cramers V = 0,03 (-0,07 ; 0,12) kein Zusammenhang
F1 - F2; Chi² = 7,689 P = 0,006 Cramers V = 0,13 (0,04 ; 0,22) schwacher Zusammenhang
F1 - F3; Chi² = 12,04 P = 0,0005 Cramers V = 0,16 (0,07 ; 0,24) schwacher Zusammenhang

2 x c - Tafel, allgemeiner Zusammenhang Karies - Zpfl

2. Eine ordinale Kategorien: kiga_57.sav : Karieserfahrung - Zpfl (1, 2, 3)

Karieserfahrung * zpfl Kreuztabelle

Anzahl

		zpfl			Gesamt
		1	2	3	
Karieserfahrung	1	12	745	273	1030
	0	456	1200	21	1677
Gesamt		468	1945	294	2707

Ergebnis:
„Karieserfahrung hat viel mit Zahnpflege zu tun."

$\chi^2 = 624{,}718 > 5{,}991$

DF = (2-1)·(3-1) = 2
DF = 2 , p = 0,000

Symmetrische Maße

		Wert	Näherungsweise Signifikanz
Nominal- bzgl. Nominalmaß	Phi	,480	,000
	Cramer-V	,480	,000
C_{korr} = 0,612	Kontingenzkoeffizient	,433	,000
Anzahl der gültigen Fälle		2707	

```
CROSSTABS
  /TABLES=karies BY zpfl
  /FORMAT=DVALUE TABLES
  /STATISTICS=CHISQ CC PHI
  /CELLS=COUNT
  /COUNT ROUND CELL.
```

Ergebnis: deutlicher Zusammenhang, aber keine Berücksichtigung der Ordinalstruktur.

Zu Zpfl 1, 2, 3 siehe auch Modul Stichproben.

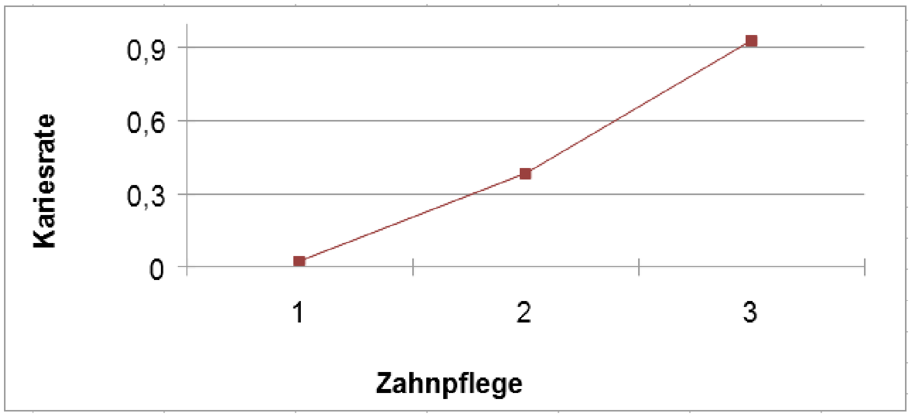
2 x c - Tafel - gerichteter Zusammenhang: kiga_57.sav

Karieserfahrung * zpfl Kreuztabelle

Anzahl

		zpfl			Gesamt
		1	2	3	
Karieserfahrung	1	12	745	273	1030
	0	456	1200	21	1677
Gesamt		468	1945	294	2707

Kariesraten **0,026** **0,383** **0,929**



	Wert	df	Asymptotische Signifikanz (2-seitig)
Chi-Quadrat nach Pearson	624,718	2	,000
Zusammenhang linear-mit-linear	604,721	1	,000
Anzahl der gültigen Fälle	2707		

Allgemeiner Chi²-Test, Folie22

$\chi^2 = 624{,}718 > 5{,}991$

DF = 2 , p = 0,000

Jetzt mit Berücksichtigung der Ordinalstruktur von Zpfl.

Chi² - Test auf Trend

Cochran-Armitage test for trend: (SAS) *(nicht in SPSS)*

Chi^2_{CA} = 604,945 P = 0,000 DF = 1 (3,841)

Chi^2_{CA} - Test prüft, ob die Raten mit steigender Zpfl gleich bleiben oder monoton steigen. „Linearer Trend“ bei Scores mit gleichem Abstand.

SPSS - Alternative:

Mantel-Haenzsel test for trend

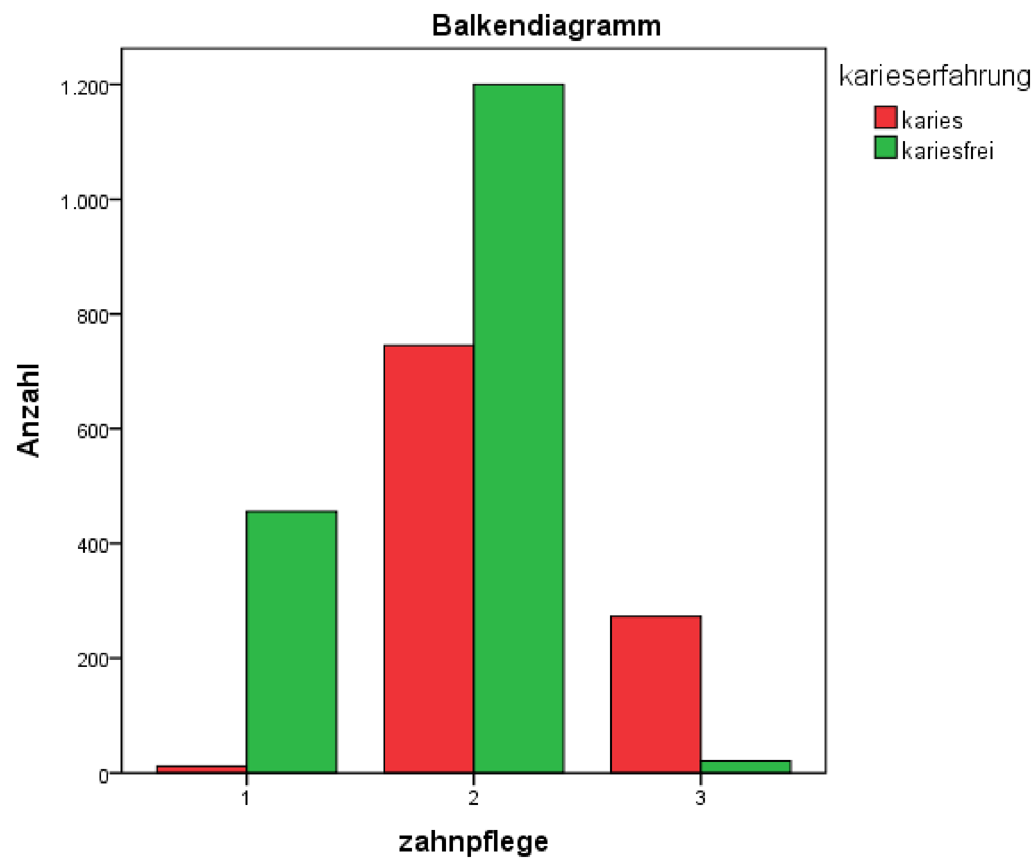
in SPSS bezeichnet als:

<----- Zusammenhang linear mit linear

Karieserfahrung * zpfl Kreuztabelle

Anzahl

		zpfl			Gesamt
		1	2	3	
Karieserfahrung	1	12	745	273	1030
	0	456	1200	21	1677
Gesamt		468	1945	294	2707



Gruppiertes Säulendiagramm

3 x 3 - Tafel (kiga_57.sav)

Sind beide Merkmale ordinal ---> Rangkorrelat. Spearman, aber auch Cramers V
Sind beide oder ein Merkmal nominal ---> Cramers V oder Kontingenzkoeffizient

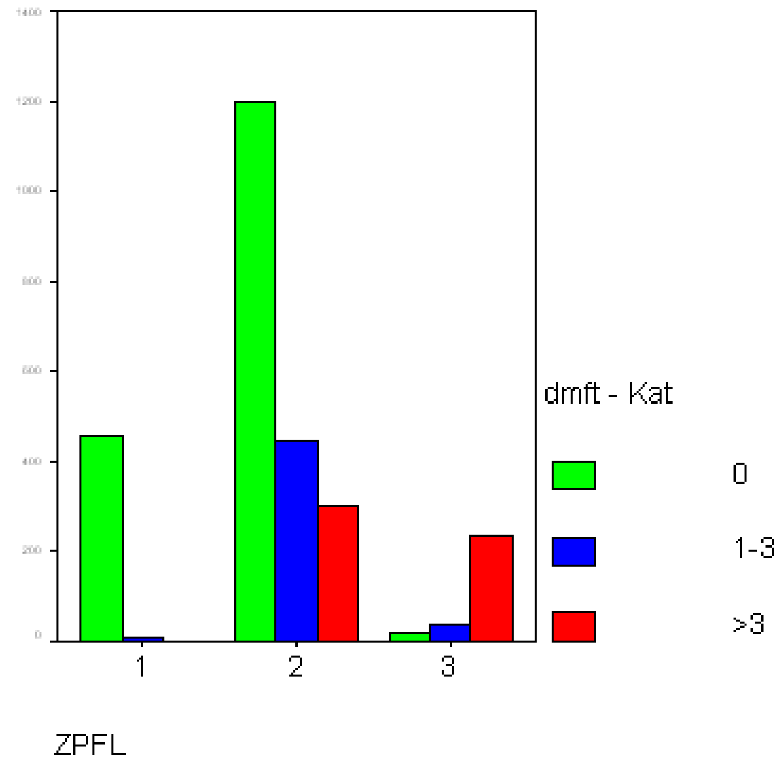
X = Zahnpflege (1, 2, 3) ordinal

Y = dmft-Kat. (0, 1 - 3, > 3) ordinal

3 x 3 Tafel

Anzahl

		dmft - Kategorien			
		0	1 - 3	> 3	Gesamt
ZPFL	1	456	11	1	468
	2	1200	444	301	1945
	3	21	37	236	294
Gesamt		1677	492	538	2707



Gruppiertes Säulendiagramm

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

$$r_S = \frac{\sum \left(R(x_i) - \overline{R}(x)\right) \cdot \left(R(y_i) - \overline{R}(y)\right)}{\sqrt{\sum \left(R(x_i) - \overline{R}(x)\right)^2} \cdot \sqrt{\sum \left(R(y_i) - \overline{R}(y)\right)^2}}$$

3 x 3 - Tafel: Zpfl - dmf-Kategorien kiga_57.sav

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

Spearman: r_s = 0,507 (0,475 ; 0,540) **C.I. mit Fisher's Z - Transformation**

Symmetrische Maße

		Wert	Asymptotischer Standardfehler[a]
Nominal- bzgl. Nominalmaß	Phi	,602	
	Cramer-V	,425	
	Kontingenzkoeffizient	,516	
Intervall- bzgl. Intervallmaß	Pearson-R	,523	,012309
Ordinal- bzgl. Ordinalmaß	Korrelation nach Spearman	,507	,012022
Anzahl der gültigen Fälle		2707	

Mantel-Haenszel Trendtest:

Chi^2_{MH} = 739,513 P = 0,000
DF = 1 (3,841)

Chi^2_{MH} - allgemeiner linearer Trendtest für ordinale Zeilen- und Spaltenvariablen

Chi-Quadrat-Tests

	Wert	df	Asymptotische Signifikanz (2-seitig)
Chi-Quadrat nach Pearson	979,992[a]	4	,000
Likelihood-Quotient	941,863	4	,000
Zusammenhang linear-mit-linear	739,513	1	,000
Anzahl der gültigen Fälle	2707		

Erkenntnis: mittlerer bis starker Zusammenhang zwischen Zahnpflege und Karieskategorien, deutlicher linearer Trend.

χ^2_{MH} – Mantel – Haenszel

5 x 2 - Tafel KendallsTau_Beispiel.sav

Kendalls Tau-b ist ein Maß für die Stärke eines Zusammenhangs nicht auf Basis von Chi².

```
CROSSTABS
  /TABLES=x BY y
  /FORMAT=AVALUE TABLES
  /STATISTICS=BTAU
  /CELLS=COUNT
  /COUNT ROUND CELL.
```

Kendalls Tau-b konkordant, diskordant

X	Y
1	2
2	3
3	1
4	5
5	2

X Paar: 1 , 5
Y Paar: 2 , 2

X Paar: 1 , 2
Y Paar: 2 , 3

X Paar: 1 , 3
Y Paar: 2 , 1

X Paar: 1 , 4
Y Paar: 2 , 5

X Paar: 2 , 3
Y Paar: 3 , 1

X Paar: 2 , 4
Y Paar: 3 , 5

X Paar: 2 , 5
Y Paar: 3 , 2

X Paar: 3 , 4
Y Paar: 1 , 5

X Paar: 3 , 5
Y Paar: 1 , 2

X Paar: 4 , 5
Y Paar: 5 , 2

$$\mathrm{Tau}_b = \frac{N_C - N_D}{\sqrt{(N_C + N_D + T_X)\cdot(N_C + N_D + T_Y)}}$$

Anzahl konkordanter Paare: 5
Anzahl diskordanter Paare: 4
$T_Y = 1$; $T_X = 0$

$\mathrm{Tau}_b = 1 / 3\cdot(10)^{1/2} = 0{,}1054$

Tau-b	Bewertung
< 0,2	schwach
0,2 - 0,8	mittel
> 0,8	stark

monotoner Zusammenhang		
nimmt Werte zwischen r = -1 und r = +1 an		
resistent gegen Ausreißer		

3 x 3 - Tafel (kiga_57.sav)

Kendalls Tau-b

3 x 3 Tafel

Anzahl

		dmft - Kategorien			
		0	1 - 3	> 3	Gesamt
ZPFL	1	456	11	1	468
	2	1200	444	301	1945
	3	21	37	236	294
Gesamt		1677	492	538	2707

		Wert
Ordinal- bzgl. Ordinalmaß	Kendall-Tau-b	,479
	Korrelation nach Spearman	,507
Intervall- bzgl. Intervallmaß	Pearson-R	,523
Anzahl der gültigen Fälle		2707

```
CROSSTABS
  /TABLES=zpfl BY dmfkat
  /FORMAT=AVALUE TABLES
  /STATISTICS=CORR BTAU
  /CELLS=COUNT
  /COUNT ROUND CELL.
```

Variable mit vielen Ausprägungen

ordinal / metrisch

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

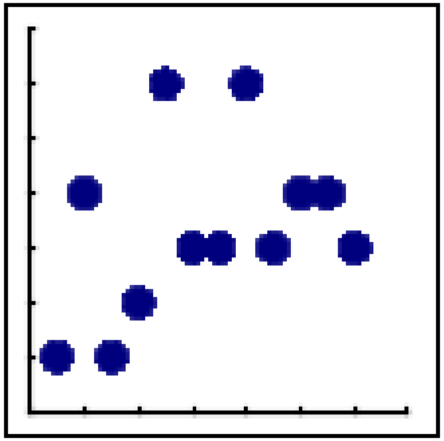
Anwendung bei:

ordinal – ordinal
metrisch – ordinal
metrisch – metrisch(*)

$X = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_r\}$ Alter

$Y = \{y_1, y_2, y_3, \ldots, y_c\}$ dmf

zuerst: Scatterplot ansehen !



	y_1	y_2	y_3	***	y_c
x_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}		n_{1c}
x_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}		
x_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}		
*					
*					
*					
x_r	n_{r1}				n_{rc}

$$r_S = \frac{\sum \left(R(x_i) - \overline{R}(x)\right) \cdot \left(R(y_i) - \overline{R}(y)\right)}{\sqrt{\sum \left(R(x_i) - \overline{R}(x)\right)^2} \cdot \sqrt{\sum \left(R(y_i) - \overline{R}(y)\right)^2}}$$

(*) nicht normalverteilt, nicht linear

Beispiel: Zusammenhang zwischen Alter und dmf in kiga_57.sav

21 x 3 Tafel

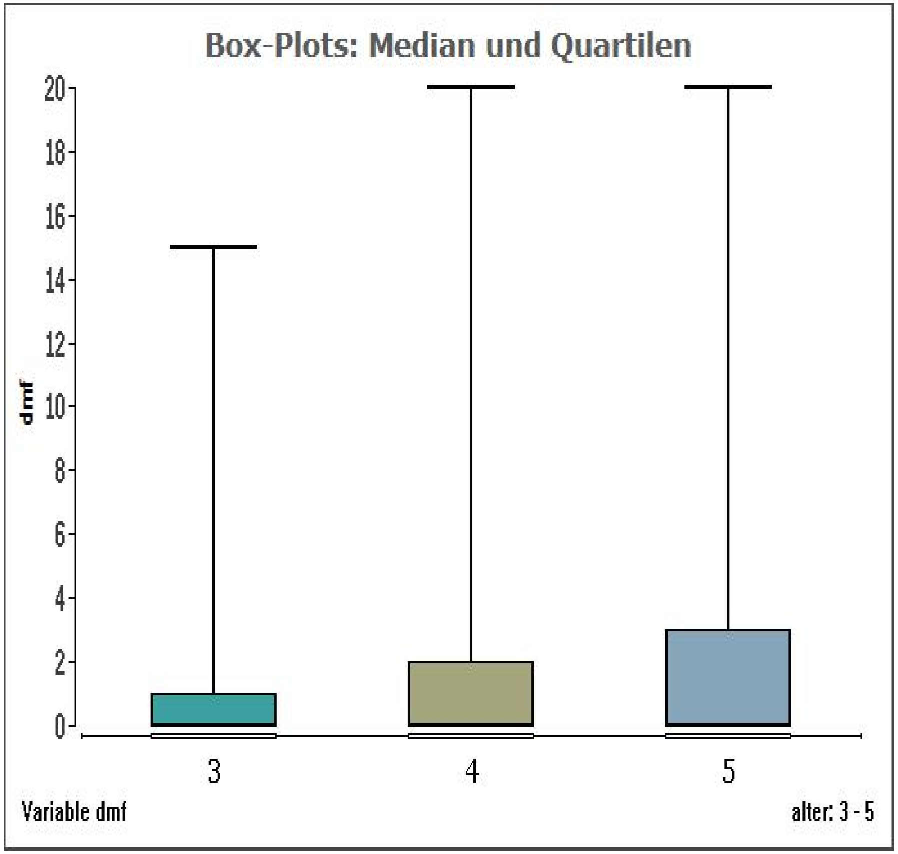
Anzahl

		alter			Gesamt
		3	4	5	
dmf	0	359	651	667	1677
	1	36	82	102	220
	2	19	75	76	170
	3	9	40	53	102
	4	11	36	60	107
	5	11	26	42	79
	6	8	29	52	89
	7	4	15	29	48
	8	4	13	28	45
	9	4	17	23	44
	10	2	9	15	26
	11	2	10	8	20
	12	6	7	7	20
	13	2	12	4	18
	14	3	7	13	23
	15	2	3	3	8
	16	0	1	1	2
	17	0	1	2	3
	18	0	1	0	1
	20	0	2	3	5
Gesamt		482	1037	1188	2707

Variable Alter: ordinal
Variable dmft: quasi-metrisch

Spearman r_S = 0,133 (0,096 ; 0,170)

schwach, aber signifikant



21 x 3 - Tafel kiga_57.sav

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman: Alter - dmf

Spearman: r_s = 0,133 (0,096 ; 0,170) **C.I. z.B. aus WinPepi - Etcetera F**

		Wert
Ordinal- bzgl. Ordinalmaß	Kendall-Tau-b	,117
	Korrelation nach Spearman	,133
Intervall- bzgl. Intervallmaß	Pearson-R	,103
Anzahl der gültigen Fälle		2707

```
CROSSTABS
  /TABLES=dmf BY alter
  /FORMAT=AVALUE TABLES
  /STATISTICS=CHISQ CORR BTAU
  /CELLS=COUNT
  /COUNT ROUND CELL.
```

Chi-Quadrat-Tests

	Wert	df	Asymptotische Signifikanz (2-seitig)
Chi-Quadrat nach Pearson	84,189[a]	38	,000
Likelihood-Quotient	88,800	38	,000
Zusammenhang linear-mit-linear	28,748	1	,000
Anzahl der gültigen Fälle	2707		

a. 20 Zellen (33,3%) haben eine erwartete Häufigkeit kleiner 5. Die minimale erwartete Häufigkeit ist ,18.

Mantel-Haenszel Trendtest:

Chi^2_{MH} = 28,748 P = 0,000
DF = 1 (3,841)

Chi^2_{MH} - allgemeiner linearer Trendtest für ordinale Zeilen- und Spaltenvariablen

Sehr schwacher, aber signifikanter Zusammenhang mit deutlichem Trend: Je höher das Alter, desto mehr Karies.

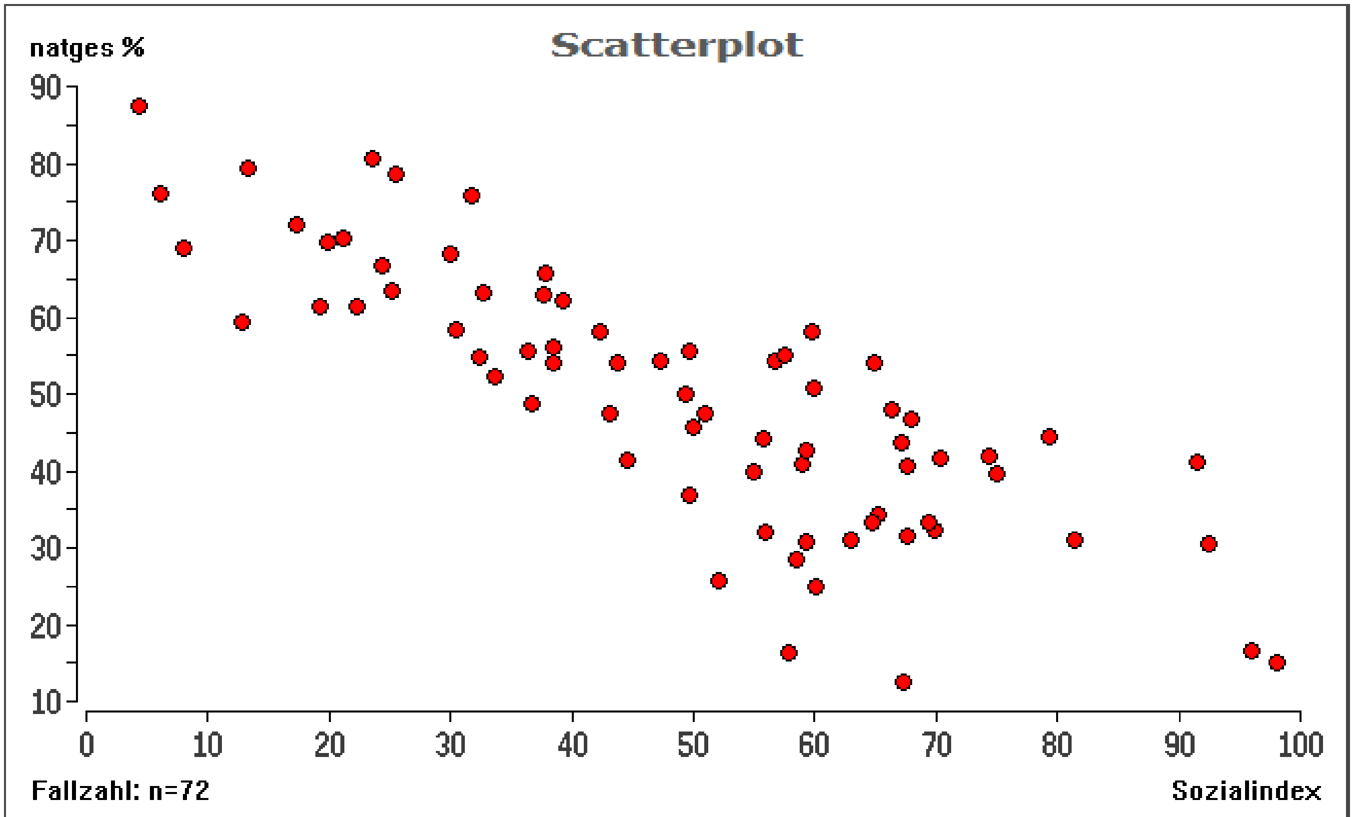
Skalenniveau: metrisch – metrisch (normalverteilt, linear)

Korrelationskoeffizient nach Pearson
Maß für die Stärke des linearen Zusammenhangs bei Normalverteilung.
Zuerst Scatterplot ansehen !!

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y}$$

Berechnung mit BiAS

X-Y-Diagramm (Streudiagramm, Punktwolke, Scatterplot)



r = - 0,82
(- 0,88; - 0,73)

r_s = - 0,83
(- 0,96; - 0,69)

72 Bremer Grundschulen

Quelle:
F. Becker und G.Tempel: Zahngesundheit von Erstklässlern in der Stadtgemeinde Bremen Schuljahr 2013/2014. Kommunale GBE, Gesundheitsamt Bremen 2016

Konfidenzintervall für den Koeffizienten r nach Pearson

Fisher's Z-Transformation

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$$

Konfidenzintervall für z = (z_1 ; z_2)

$$z_1 = z - 1{,}96 \big/ \sqrt{n-3} \qquad z_2 = z + 1{,}96 \big/ \sqrt{n-3}$$

Konfidenzintervall für r = $\left(\frac{e^{2 \cdot z_1} - 1}{e^{2 \cdot z_1} + 1} ; \frac{e^{2 \cdot z_2} - 1}{e^{2 \cdot z_2} + 1} \right)$

Für das Beispiel der 72 Bremer Grundschulen mit r = - 0,82

z = 0,5·{ln(0,18) - ln(1,82)} = - 1,1568 ; z_1 = - 1,1568 - 1,96 / 8,31 = - 1,39
z_2 = - 1,1568 + 1,96 / 8,31 = - 0,92

Konfidenzintervall für r = (- 0,88 ; - 0,73)

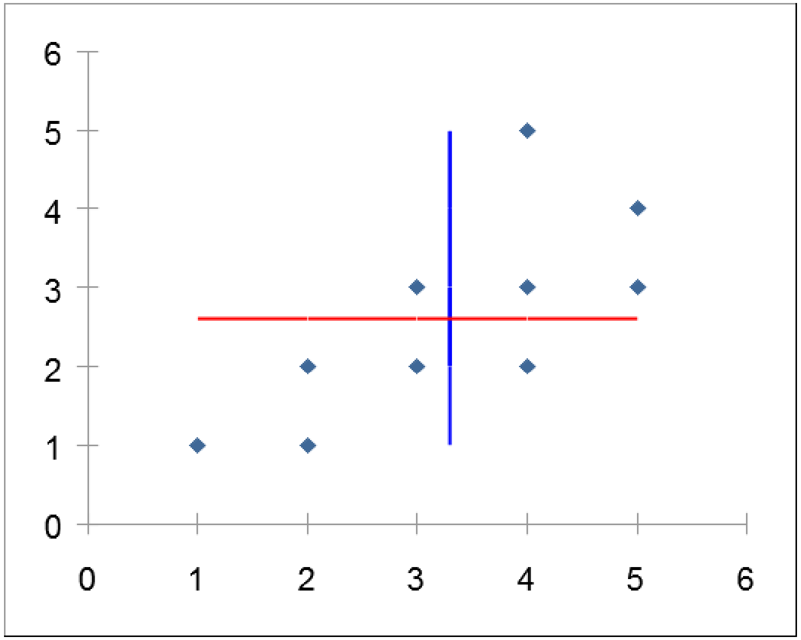
Korrelationskoeffizient nach Pearson - Handberechnung

10 hypothetische Datensätze

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$
1	1	3.3	2.6	-2.3	-1.6	3.68	5.29	2.56
2	1	3.3	2.6	-1.3	-1.6	2.08	1.69	2.56
2	2	3.3	2.6	-1.3	-0.6	0.78	1.69	0.36
3	2	3.3	2.6	-0.3	-0.6	0.18	0.09	0.36
3	3	3.3	2.6	-0.3	0.4	-0.12	0.09	0.16
4	2	3.3	2.6	0.7	-0.6	-0.42	0.49	0.36
4	3	3.3	2.6	0.7	0.4	0.28	0.49	0.16
4	5	3.3	2.6	0.7	2.4	1.68	0.49	5.76
5	4	3.3	2.6	1.7	1.4	2.38	2.89	1.96
5	3	3.3	2.6	1.7	0.4	0.68	2.89	0.16
3.3	2.6					11.2	16.1	14.4
			r =	**0.74**				

r = 11,2 / Wurzel(16,1·14,4) = 0,73557



Bei wenigen Daten kann man den Korrelationskoeffizienten sehr gut mit dem Taschenrechner berechnen.

Gelb: Negativer Summand der Covarianz $S_{xy} = \sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})$.

Bei CoVar = 0 ist r = 0

Test auf Unabhängigkeit von X und Y bei Normalverteilung

Unkorrelierte normalverteilte Zufallsvariable sind unabhängig.

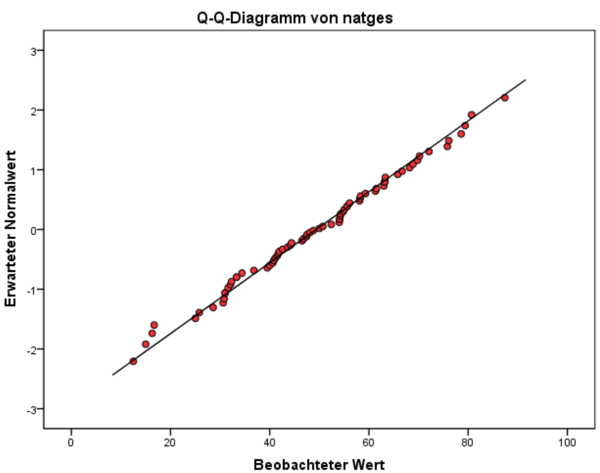
Sei r die Pearson-Schätzung des Korrelationskoeffizienten ϱ in der Population.
$H_0 : \varrho = 0$; $H_1 : \varrho \neq 0$; $\alpha = 0{,}05$; Variable „natges“ und „sozindex“ sind normalverteilt
Teststatistik t: DF = n - 2 ; bei $|t| > t_{n-2,1-\alpha/2} = 1{,}9944$ ----> H_0 verwerfen.

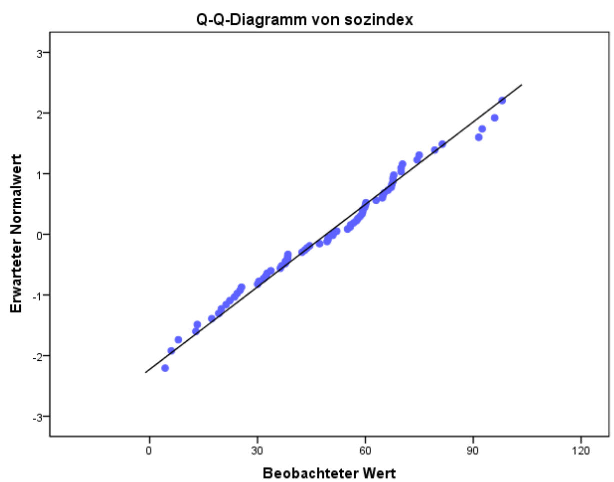
$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Tests auf Normalverteilung

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistik	df	Signifikanz	Statistik	df	Signifikanz
natges	,067	72	,200*	,990	72	,827
sozindex	,078	72	,200*	,983	72	,426

a. Signifikanzkorrektur nach Lilliefors
*. Dies ist eine untere Grenze der echten Signifikanz.





r = -0,82 , n = 72

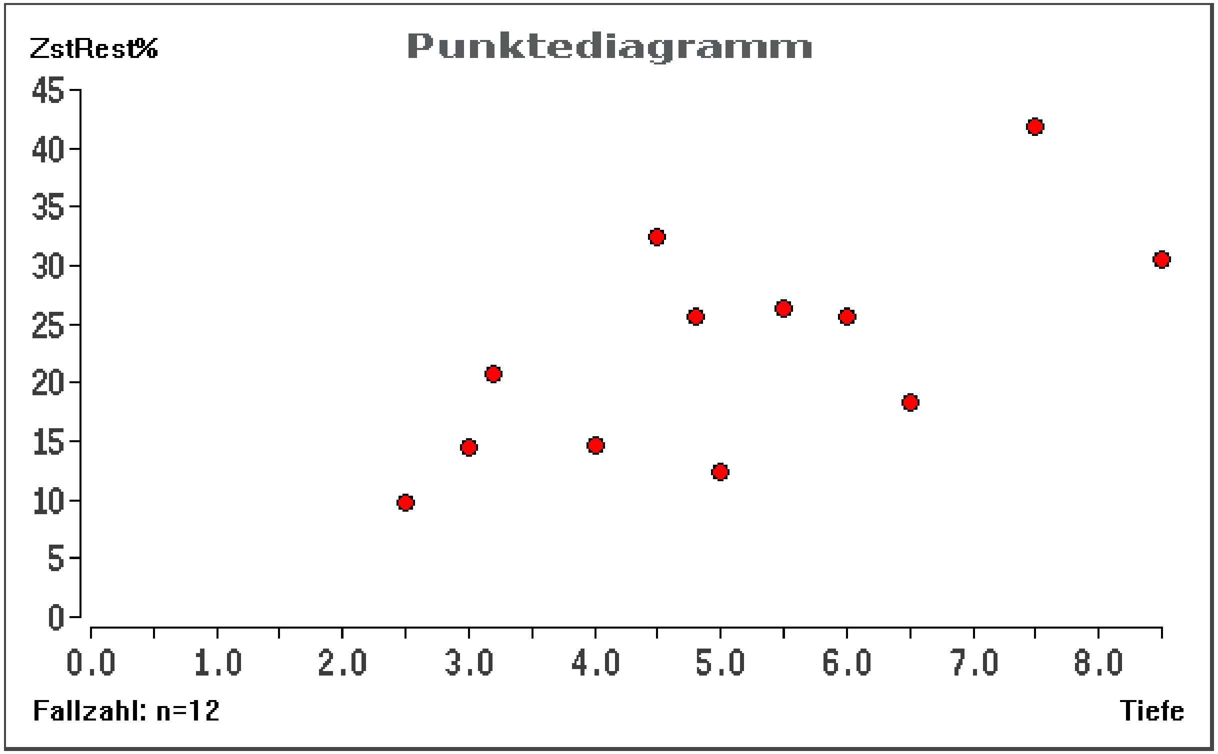
t = -0,82·8,367 / 0,5724

= -11,99

11,99 > 1,994 (p = 0,000)

H_0 verwerfen, was hier zu erwarten war.

Beispiel: Zahnsteinreste (%) und Taschentiefe nach Scaling



Quelle: J.S.Kim, R.J. Dailey:

Biostatistics for Oral Healthcare. Example 11.3.2

Blackwell Munksgaard 2008

Hypothese: Je tiefer die Zahnfleischtasche, desto mehr Reste an Zahnstein verbleiben nach der Behandlung (Scaling) auf der Wurzeloberfläche.

Pearson $r = 0{,}68$ **(0,17 ; 0,90)**

Spearman $r_S = 0{,}64$ **(0,10 ; 0,90)**

Konfidenzintervall ist zu breit: (schwach ; stark)

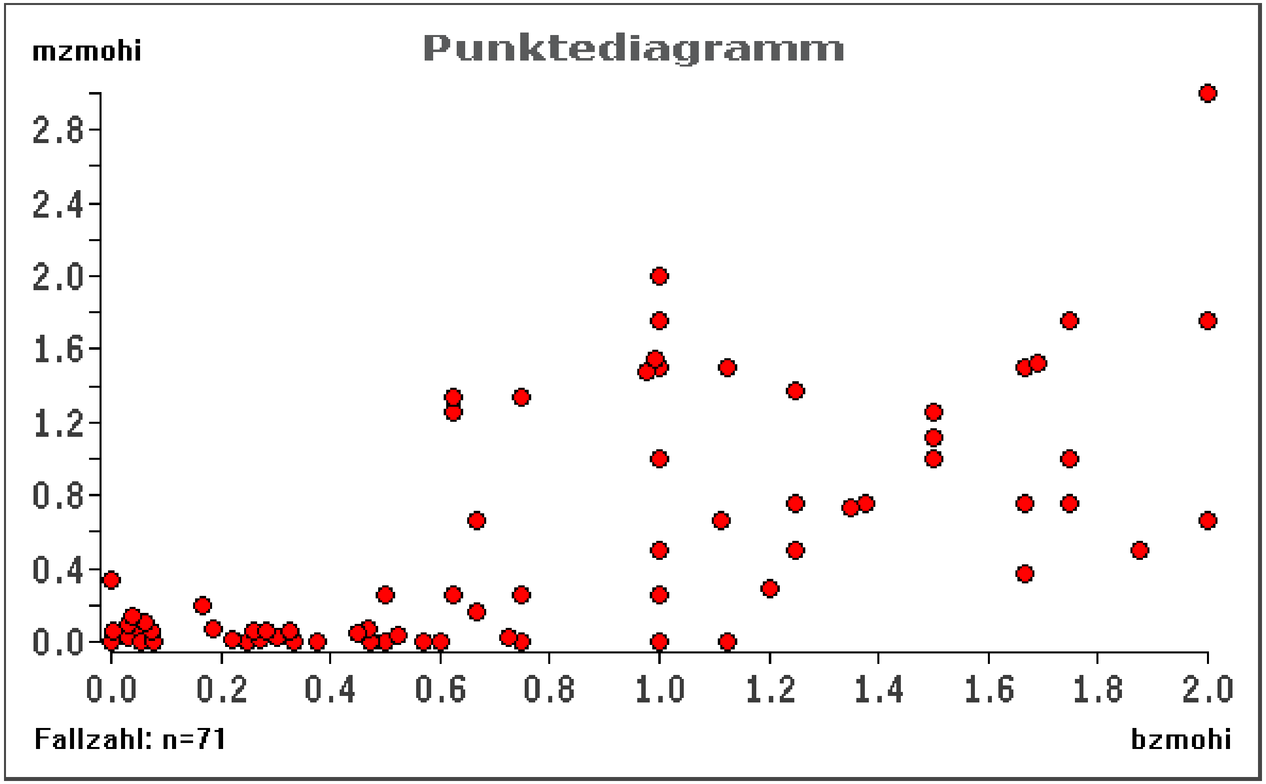
Erkenntnis:

Korrelation > 0

aber Stärke ?

Fallzahl !!

Beispiel: Modifizierter OHI bei MZ und BZ im OK- UK-Frontbereich



Quelle: P. Petrakakis: Querschnittsuntersuchung zur Plaque-Affinität von Milch- und bleibenden Zähnen. Zahnärztl. Gesundheitsdienst 1.16

Der MOHI misst den Plaquebefall an den Zahnoberflächen von Milchzähnen (MZ) und bleibenden Zähnen (BZ). Im Wechselgebiss sind MZ und BZ im gleichen Mund vorhanden ---> verbundene Merkmale, korreliert.

Pearson $r = 0,679$ **(0,530 ; 0,788)**

Spearman $r_S = 0,753$ **(0,630 ; 0,839)**

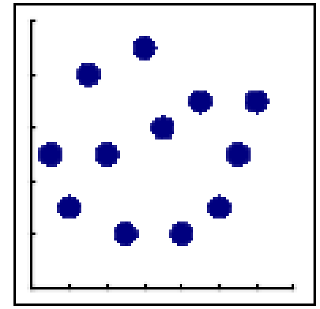
Erkenntnis:

Korrelation mittlerer Stärke, monotoner, aber nicht linearer Zusammenhang

Metrisches (ordinales) Skalenniveau

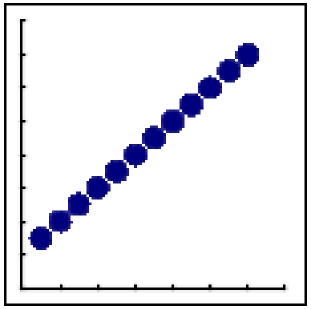
Streudiagramm (Scatterplot): erste qualitative Aussagen

- **Liegt ein Zusammenhang vor? Stark oder weniger stark?**
- **Linearer Zusammenhang? Ausreißer? Inhomogenität?**



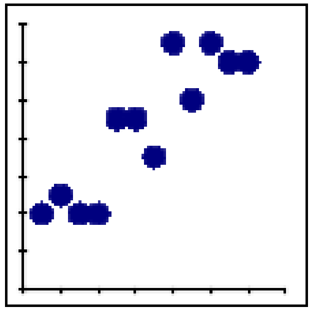
$r = 0{,}06$

$r_S = 0{,}08$



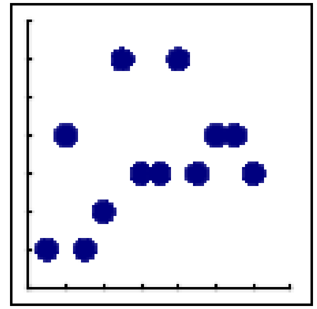
$r_S = r = 1$

linear, funktional



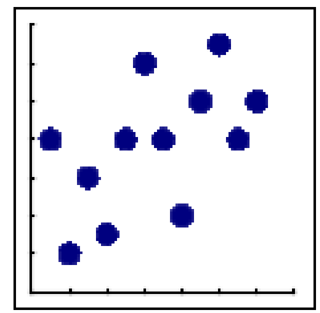
$r = 0{,}89$

$r_S = 0{,}86$



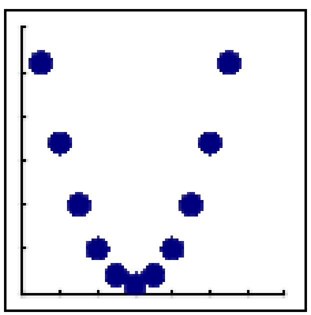
$r = 0{,}37$

$r_S = 0{,}39$



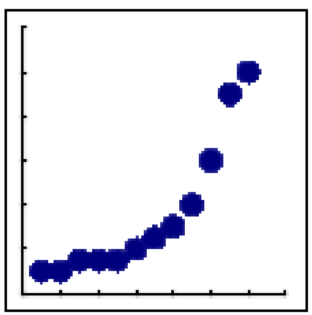
$r = 0{,}53$

Inhomogenität



$r_S = r = 0$

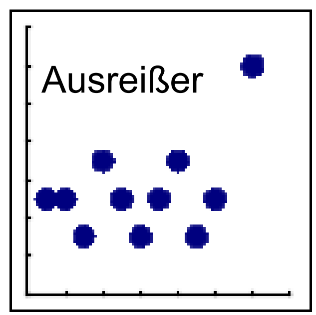
nicht linear, nicht monoton, funktional



$r = 0{,}89$

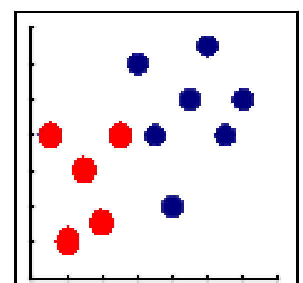
$r_S = 0{,}99$

nicht linear, monoton



$r = 0{,}46$ mit

$r = -0{,}02$ ohne



$r = 0{,}08$

$r = 0{,}06$